

ヘキサフレクサゴンの 19 面折り

西山豊

ヘキサフレクサゴンという数学パズルがある。ヘキサは6で、フレクサゴンは折りたたみ可能なものという意味であるから、「折り紙六角形」などと訳されている。パズルは紙でできていて正六角形の形をしている。六角形には表と裏があるので、2つの面しかないと思われるが、このパズルにはもうひとつの面が隠れているのである。

六角形の各頂点から中心に向かって線を引くと6個の正三角形ができる。となりあう三角形を2つずつつまみ三菱のような形にすると、六角形の中心から新しい面が出てくる。表でも裏でもない、第三番目の面である。どうなっているのだろうか。

ここで、3つの面が出てくるヘキサフレクサゴンの作成方法を説明しておこう。B4 サイズのコピー用紙を用意し、横向きに置く。1辺が6センチの正三角形を右端に描く。その左となりになり上下逆にした正三角形を辺が重なるように描く。三角形、逆三角形、三角形、逆三角形の順に右から左へ合計10個並べ、1から10まで数字を書いておく。最近の算数や数学の授業では図形を描くのにコンパスをほとんど使わないらしい。正三角形の底辺と高さの比は2対 $\sqrt{3}$ であるから、パソコンの図形描画機能を使って二等辺三角形を選び、幅を60ミリ、高さを51.96ミリとするとかなり正確な正三角形が描ける。

できた型紙をハサミで切り取り、3番目と4番目の間を谷折りする。このとき紙は裏返る。つぎに6番目と7番目の間を谷折りし、先端を1番目の下をくぐらせる。9番目と10番目の間を谷折りし、1番目と10番目をノリづけするとパズルは完成する。

谷折りを知らない人のために、英語では山折りを *bend down*、谷折りを *bend up* と表現することがある。*bend up* つまり手前に折ることが谷折りのことである。

パズルは短冊を3回、谷折りすることでできている。1回の谷折りは短冊を180度ひねったことになるので、3回の谷折りは $180 \times 3 = 540$ 度ひねったことになる。トポロジーで話題になるメビウスの帯は180度ひねってノリづけしたもので、裏と表の区別のない平面として有名である。180度の奇数倍ひねりは裏表のない平面となるので、ヘキサフレクサゴンも裏表の区別がない。裏表のないひとつの平面を3つにわけて3面が見えるようにしている。

3つの面が循環して出てくる折り方を3面折りと呼ぶならば、4面折りや5面折りはどうかと興味が変わっていく。3面折り、6面折り、12面折りなど 3×2^n 面折りの系列は比較的簡単で無限面折りが可能である。実際のパズルでは24面折りが限界のようである。また、この系列に属さない4面折り、5面折り、7面折りなどをどうするかの方が意外と難しい。

私は1985年頃にこのパズルを知ってから、25年以上も興味を持ち続け、ついに19面折りを完成した。おそらくこの19面折りを持っている人は国内では5人はいないと思う。「ヘキサフレクサゴンの一般解」『大阪経大論集』Vol.54, No.4, 2003, http://www.osaka-ue.ac.jp/gakkai/pdf/ronshu/2003/5404_ronko_nisiyama.pdf

政治には裏と表がある。ウソとホント、本音と建前があって世の中はうまく機能しているが、数学者はその使い分けが苦手だ。裏表の区別のないメビウスの帯に興味を持つように、現実生活でも裏と表の区別をつけないので誤解されやすい。

(にしやまゆたか／大阪経済大学)